Prop. XIV. Prob. IV.

Iisdem positis, dico quod spatium ascensu vel descensu descriptum, est ut summa vel differentia areæ per quam tempus exponitur, & areæ cujusdam alterius quæ augetur vel diminuitur in progressione Arithmetica; si vires ex resistentia & gravitate compositæ sumantur in progressione Geometrica.

Capiatur AC (*in Fig. tribus ultimis,*) gravitati, & AK resistentiæ proportionalis. Capiantur autem ad easdem partes puncti A si corpus ascendit, aliter ad contrarias. Erigatur Ab quæ sit ad DB ut $DBq.$ ad $4BAC$: & area $AbNK$ augebitur vel diminuetur in progressione Arithmetica, dum vires CK in progressione Geometrica sumuntur. Dico igitur quod distantia corporis ab ejus altitudine maxima sit ut excessus areæ $AbNK$ supra aream DET.

Nam cum AK sit ut resistentia, id est ut $APq. + 2BAP$; assumatur data quævis quantitas Z, & ponatur AK æqualis $\frac{APq. + 2BAP}{Z}$; & (per hujus Lem. II.) erit ipsius AK momentum KL æquale $\frac{2APQ + 2BA \times PB}{Z}$ seu $\frac{2BPQ}{Z}$, & areæ $AbNK$ momentum $KLON$ æquale $\frac{2BPQ \times LO}{Z}$ seu $\frac{BPQ \times BD\,cub.}{2Z \times CK \times AB}$.

Cas. 1. Jam si corpus ascendit, sitque gravitas ut $ABq. + BDq.$ existente BET circulo, (*in Fig. Cas.* 1. *Prop.* XIII.) linea AC, quæ gravitati proportionalis est, erit $\frac{ABq. + BDq.}{Z}$ & $DPq.$ seu $APq. + 2BAP + ABq. + BDq.$ erit $AK \times Z + AC \times Z$ seu $CK \times Z$: ideoque area DTV erit ad aream DPQ ut $DTq.$ vel $DBq.$ ad $CK \times Z$.

Cas. 2.

Cas. 2. Sin corpus ascendit, & gravitas sit ut $ABq - BDq.$ linea AC (*Fig. Cas.* 2. *Prop.* XIII.) erit $\frac{ABq. - BDq.}{Z}$ & $DTq.$ erit ad $DPq.$ ut $DFq.$ seu $DBq.$ ad $BPq - BDq.$ seu $APq. + 2BAP + ABq - BDq.$ id est ad $AK \times Z + AC \times Z$ seu $CK \times Z$. Ideoque area DTV erit ad aream DPQ ut $DBq.$ ad $CK \times Z$.

Cas. 3. Et eodem argumento, si corpus descendit, & propterea gravitas sit ut $BDq. - ABq.$ & linea AC (*Fig. Cas.* 3. *Prop. præced.*) æquetur $\frac{BDq. - ABq.}{Z}$ erit area DTV ad aream DPQ ut $DBq.$ ad $CK \times Z$: ut supra.

Cum igitur areæ illæ semper sint in hac ratione; si pro area DTV, qua momentum temporis sibimet ipsi semper æquale exponitur, scribatur determinatum quodvis rectangulum, puta $BD \times m$, erit area DPQ, id est $\frac{1}{2} BD \times PQ$; ad $BD \times m$ ut CK in Z ad $BDq.$ Atq; inde fit PQ in $BD\,cub.$ æquale $2BD \times m \times CK \times Z$, & areæ $AbNK$ momentum $KLON$ superius inventum, fit $\frac{BP \times BD \times m}{AB}$. Auferatur areæ DET momentum DTV seu $BD \times m$, & restabit $\frac{AP \times BD \times m}{AB}$. Est igitur differentia momentorum, id est momentum differentiæ arearum, æqualis $\frac{AP \times BD \times m}{AB}$; & propterea (ob datum $\frac{BD \times m}{AB}$) ut velocitas AP, id est ut momentum spatii quod corpus ascendendo vel descendendo describit. Ideoque differentia arearum & spatium illud proportionalibus momentis crescentia vel decrescentia, & simul incipientia vel simul evanescentia sunt proportionalia. *Q. E. D.*

Corol. Igitur si longitudo aliqua V sumatur in ea ratione ad arcum ET, quam habet linea DA ad lineam DE; spatium quod corpus ascensu vel descensu toto in Medio resistente describit, erit ad spatium quod in Medio non resistente eodem tempore

Nn